

EM707 - Controle de Sistemas Mecânicos

Projeto de Aplicação Prática - Controle de um Sistema Ponte Rolante

Profa Grace S. Deaecto, Matheus Bulhões Barbosa

- Cada projeto deve ser desenvolvido em dupla.
 - **É proibido consultar os colegas de grupos diferentes**, mas é permitida a consulta a qualquer referência bibliográfica desde que mencionada a fonte.
-

Um equipamento muito presente na indústria é a ponte rolante. Ela é utilizada para o transporte de cargas grandes e pesadas que não podem ser movidas facilmente de forma manual. Seu funcionamento pode ser compreendido a partir de seus principais componentes: o trilho, o carro e a talha. O carro se move horizontalmente sobre o trilho, enquanto a talha permite a elevação ou descida da carga suspensa por meio de cabos. A Figura 1 ilustra uma ponte rolante real operando em um galpão industrial.

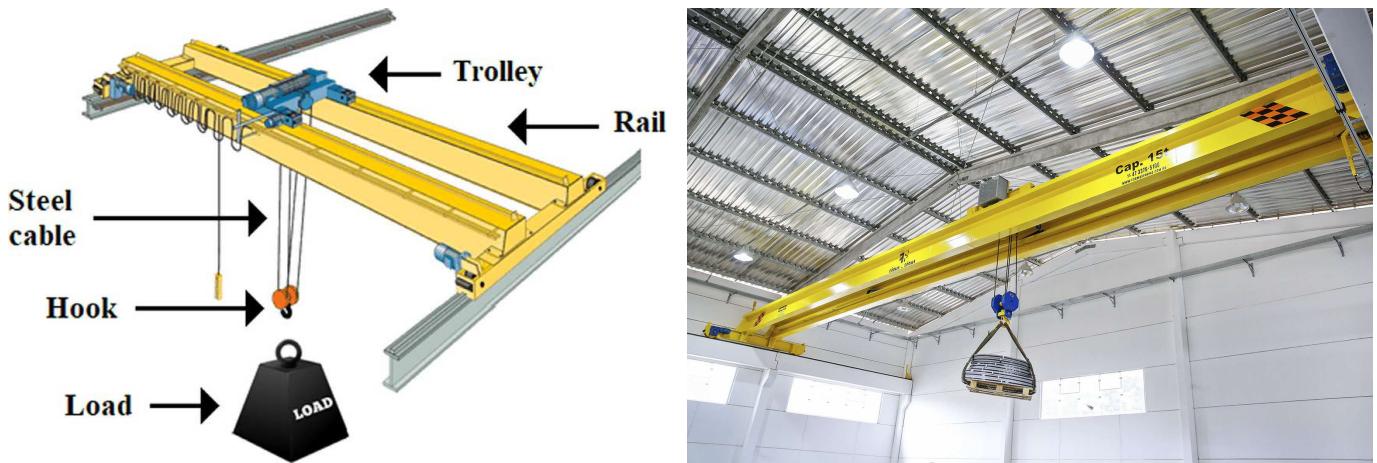


Figura 1: Ilustração de uma ponte rolante na indústria

Na prática, quando a carga é movida horizontalmente, o centro de massa suspenso tende a oscilar, resultando em um comportamento semelhante ao de um pêndulo. Esse fenômeno representa um desafio importante: controlar o deslocamento da ponte sem induzir oscilações excessivas na carga transportada.

Neste projeto, propõe-se a modelagem matemática e o controle de um sistema carro-pêndulo que abstrai o comportamento dinâmico da ponte rolante. O objetivo é desenvolver um controlador capaz de levar o carro até uma posição de referência seguindo determinados critérios de desempenho. A Figura 2 apresenta o diagrama esquemático desse modelo físico simplificado.

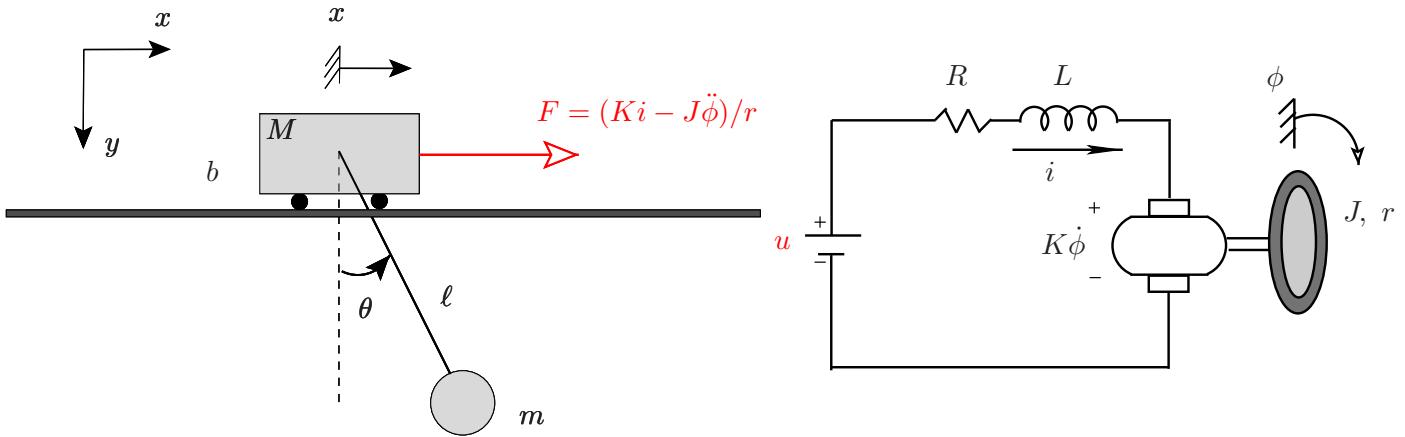


Figura 2: Carro-pêndulo

Este sistema consiste de um pêndulo, composto por uma haste de massa desprezível de comprimento ℓ e uma esfera de massa m , acoplado a um carro de massa M . Como pode ser observado na Figura 2, a medida que o carro desloca-se em x sobre a ação de uma força horizontal F , o pêndulo realiza um deslocamento angular θ . Considere que o atrito viscoso entre o ar e o carro é denotado por b . Nossa objetivo é realizar o projeto de um controlador $C(s)$ de forma a levar o carro para uma posição de referência $x_{ref}(t) = 10$ [m]. A ideia é sintetizar a força $F(t)$ que é transferida ao carro a partir da aplicação de uma tensão $u(t)$ no motor, processando-se o erro entre $x_{ref}(t)$ e $x(t)$. Considere que não existe escorregamento entre o motor e o trilho, ou seja, $x(t) = r\phi(t)$ e que a indutância do motor é desprezível $L \approx 0$.

Parte 1: Análise

1. Determine o modelo matemático não linear em função de $x(t)$, $\theta(t)$ e da entrada $u(t)$ utilizando o referencial proposto na Figura 2.
2. Determine a representação em espaço de estado do modelo não linear considerando que a saída é $y(t) = x(t)$ e que o vetor de estado é $\xi = [x \ \dot{x} \ \theta \ \dot{\theta}]'$.
3. Determine todos os pontos de equilíbrio do sistema e forneça o modelo matemático linearizado em torno da origem.

4. Escreva o modelo matemático linearizado na representação em espaço de estado

$$\dot{\xi}(t) = A\xi(t) + Bu(t), \quad \xi(0) = 0 \quad (1)$$

$$y(t) = C\xi(t) + Du(t) \quad (2)$$

considerando $\xi = [x \ \dot{x} \ \theta \ \dot{\theta}]'$ e $y(t) = x(t)$.

Para as questões a seguir, considere os dados numéricos apresentados na Tabela 1

5. Analise estabilidade do sistema (1)-(2), compute a matriz de controlabilidade e conclua se o sistema é controlável.

Parte 2: Controle Clássico

6. Utilizando a estrutura de controle em malha fechada da Figura 3 a seguir em que $\hat{r}(s) = 10/s$

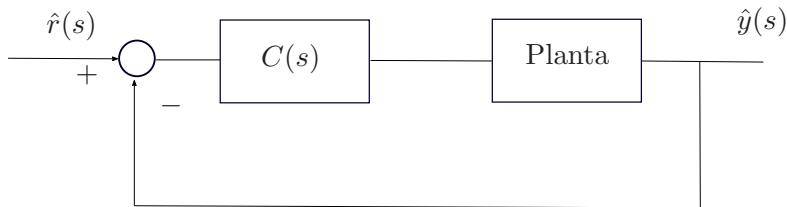


Figura 3: Estrutura de controle em malha fechada

projete um controlador $C(s)$ para o sistema linearizado de forma a satisfazer os seguintes requisitos de desempenho:

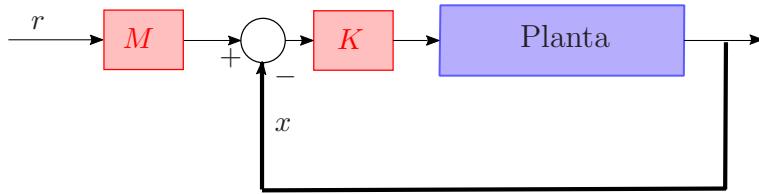
- Erro nulo para entrada degrau;
- Tempo de estabilização menor do que 5 segundos;
- Margem de fase maior ou igual a 60° ;
- Esforço de controle $|u| \leq 30$ [V] para $r(t) = 10$, $t \geq 0$.

Apresente a resposta no tempo de $y(t)$ e do esforço de controle $u(t)$ correspondente.

7. Aplique o controlador $C(s)$ no sistema não linear obtido no item 2 e compare as respostas com aquelas obtidas pelo modelo linearizado. A apresentação deve ser feita em um total de 5 figuras, uma para cada variável de estado ($x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}$) e outra para o esforço de controle u , plotando as respostas do sistema linear e do não-linear no mesmo gráfico. Discuta sobre o projeto realizado: - verifique se as especificações foram atendidas; - analise a qualidade do controlador projetado quando aplicado no sistema não-linear; - aplique um degrau de maior amplitude, por exemplo, $\hat{r}(s) = 20/s$ e analise comparativamente a resposta obtida.

Parâmetro	Valor	Unidade
$M + J/(r^2)$	1,5	[kg]
m	0,209	[kg]
ℓ	0,3302	[m]
$b + K^2/(r^2 R)$	5,4	[N.s/(m ²)]
$K/(rR)$	1,0717	[N/V]

Tabela 1: Valores dos parâmetros do sistema em unidades SI.



Parte 3: Controle Moderno

Suponha que o estado está disponível para realimentação e considere o sistema linearizado (1)-(2) com entrada de controle dada por

$$u = K(Mr - x)$$

em que K e M são ganhos a serem determinados.

8. Projete o regulador K e o ganho M de forma a alocar os polos do sistema em malha fechada para satisfazer os seguintes critérios de desempenho:
 - Erro nulo para entrada degrau;
 - Tempo de estabilização menor do que 5 segundos;
 - Esforço de controle $|u| \leq 30$ [V] para $r(t) = 10$, $t \geq 0$.
9. Utilizando o regulador K projetado no item 8 projete $M(s)$ de forma a obter erro nulo para a entrada rampa. Compare a resposta $y(t)$ e o esforço de controle obtidos neste item com aqueles fornecidos no item anterior e discuta a respeito do desempenho de ambas.
10. Determine os reguladores lineares quadráticos K_1 e K_2 para cada valor de $\rho = \{0.05, 10\}$ e para $Q = V'V$ com $V = [1 \ 0 \ \ell \ 0]$. Compare as respostas $y(t)$ resultantes dos regulares projetados, considerando M calculado para garantir erro nulo para entrada degrau. Realize uma breve conclusão a respeito dos fenômenos observados e discuta se eles atendem aos requisitos de projeto especificados no item 8.
11. Utilizando o lugar das raízes simétrico para o caso K_1 , verifique se os polos presentes no semiplano esquerdo do plano complexo coincidem com os autovalores de $A - BK_1$.

12. Considerando a estrutura de controle da Figura 3, aplique a lei de controle u projetada no item 8 no sistema não linear e compare as respostas com aquelas obtidas pelo modelo linearizado. A apresentação deve ser feita em um total de 5 figuras, uma para cada variável de estado (x , \dot{x} , θ , $\dot{\theta}$) e outra para o esforço de controle u , plotando as respostas do sistema linear e do não-linear no mesmo gráfico. Discuta sobre o projeto realizado: - verifique se as especificações foram atendidas; - analise a qualidade do controlador projetado quando aplicado no sistema não-linear; - aplique um degrau de maior amplitude, por exemplo, $\hat{r}(s) = 20/s$ e analise comparativamente a resposta obtida.