

## EM707 - Controle de Sistemas Mecânicos

### *Projeto de Aplicação Prática - Controle de um Sistema Ponte Rolante*

Profa Grace S. Deaecto, Matheus Bulhões Barbosa

- 
- Cada projeto deve ser desenvolvido em dupla.
  - **É proibido consultar os colegas de grupos diferentes**, mas é permitida a consulta a qualquer referência bibliográfica desde que mencionada a fonte.
- 

Um equipamento muito presente na indústria é a ponte rolante. Ela é utilizada para o transporte de cargas grandes e pesadas que não podem ser movidas facilmente de forma manual. Seu funcionamento pode ser compreendido a partir de seus principais componentes: o trilho, o carro e a talha. O carro se move horizontalmente sobre o trilho, enquanto a talha permite a elevação ou descida da carga suspensa por meio de cabos. A Figura 1 ilustra uma ponte rolante real operando em um galpão industrial.

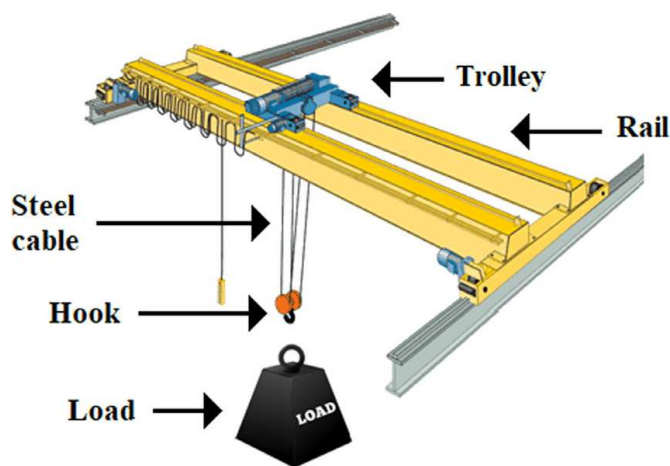


Figura 1: Ilustração de uma ponte rolante na indústria

Na prática, quando a carga é movida horizontalmente, o centro de massa suspenso tende a oscilar, resultando em um comportamento semelhante ao de um pêndulo. Esse fenômeno representa um desafio importante: controlar o deslocamento da ponte sem induzir oscilações excessivas na carga transportada.

Neste projeto, propõe-se a modelagem matemática e o controle de um sistema carro-pêndulo que abstrai o comportamento dinâmico da ponte rolante. O objetivo é desenvolver um controlador capaz de levar o carro até uma posição de referência seguindo determinados critérios de desempenho. A Figura 2 apresenta o diagrama esquemático desse modelo físico simplificado.

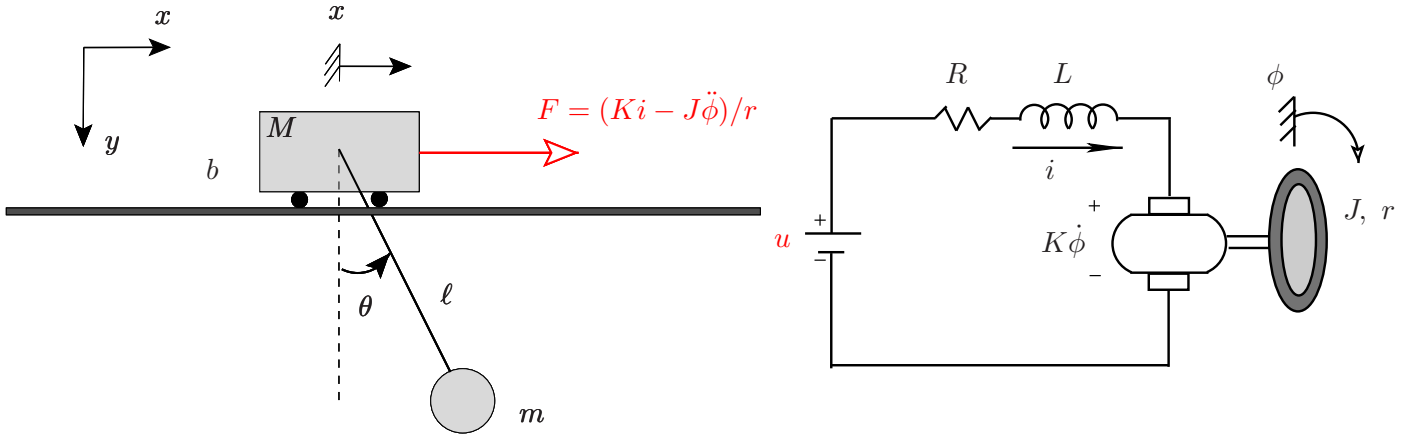


Figura 2: Carro-pêndulo

Este sistema consiste de um pêndulo, composto por uma haste de massa desprezível de comprimento  $\ell$  e uma esfera de massa  $m$ , acoplado a um carro de massa  $M$ . Como pode ser observado na Figura 2, a medida que o carro desloca-se em  $x$  sobre a ação de uma força horizontal  $F$ , o pêndulo realiza um deslocamento angular  $\theta$ . Considere que o atrito viscoso entre o ar e o carro é denotado por  $b$ . Nosso objetivo é realizar o projeto de um controlador  $C(s)$  de forma a levar o carro para uma posição de referência  $x_{ref}(t) = 10$  [m]. A ideia é sintetizar a força  $F(t)$  que é transferida ao carro a partir da aplicação de uma tensão  $u(t)$  no motor, processando-se o erro entre  $x_{ref}(t)$  e  $x(t)$ . Considere que não existe escorregamento entre o motor e o trilho, ou seja,  $x(t) = r\phi(t)$  e que a indutância do motor é desprezível  $L \approx 0$ .

### Parte 1: Análise

1. Determine o modelo matemático não linear em função de  $x(t)$ ,  $\theta(t)$  e da entrada  $u(t)$  utilizando o referencial proposto na Figura 2.
2. Determine a representação em espaço de estado do modelo não linear considerando que a saída é  $y(t) = x(t)$  e que o vetor de estado é  $\xi = [x \ \dot{x} \ \theta \ \dot{\theta}]'$ .
3. Determine todos os pontos de equilíbrio do sistema e forneça o modelo matemático linearizado em torno da origem.

4. Escreva o modelo matemático linearizado na representação em espaço de estado

$$\dot{\xi}(t) = A\xi(t) + Bu(t), \xi(0) = 0 \quad (1)$$

$$y(t) = C\xi(t) + Du(t) \quad (2)$$

considerando  $\xi = [x \ \dot{x} \ \theta \ \dot{\theta}]'$  e  $y(t) = x(t)$ .

**Para as questões a seguir, considere os dados numéricos apresentados na Tabela 1**

5. Analise estabilidade do sistema (1)-(2), compute a matriz de controlabilidade e conclua se o sistema é controlável.

### Parte 2: Controle Clássico

6. Utilizando a estrutura de controle em malha fechada da Figura 3 a seguir em que  $\hat{r}(s) = 10/s$

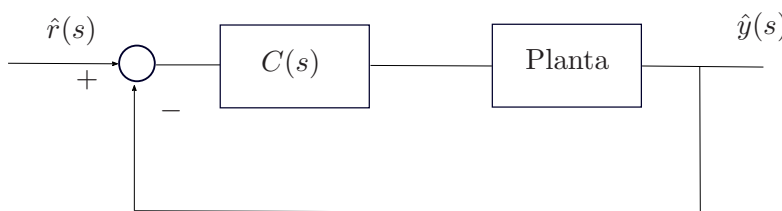


Figura 3: Estrutura de controle em malha fechada

projete um controlador  $C(s)$  para o sistema linearizado de forma a satisfazer os seguintes requisitos de desempenho:

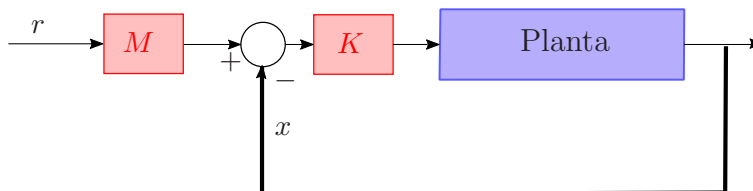
- Erro nulo para entrada degrau;
- Tempo de estabilização menor do que 5 segundos;
- Margem de fase maior ou igual a  $60^\circ$ ;
- Esforço de controle  $|u| \leq 30$  [V] para  $r(t) = 10$ ,  $t \geq 0$ .

Apresente a resposta no tempo de  $y(t)$  e do esforço de controle  $u(t)$  correspondente.

7. Aplique o controlador  $C(s)$  no sistema não linear obtido no item 2 e compare as respostas com aquelas obtidas pelo modelo linearizado. A apresentação deve ser feita em um total de 5 figuras, uma para cada variável de estado ( $x$ ,  $\dot{x}$ ,  $\theta$ ,  $\dot{\theta}$ ) e outra para o esforço de controle  $u$ , plotando as respostas do sistema linear e do não-linear no mesmo gráfico. Discuta sobre o projeto realizado: - verifique se as especificações foram atendidas; - analise a qualidade do controlador projetado quando aplicado no sistema não-linear; - aplique um degrau de maior amplitude, por exemplo,  $\hat{r}(s) = 20/s$  e analise comparativamente a resposta obtida.

Parâmetro	Valor	Unidade
$M + J/(r^2)$	1,5	[kg]
$m$	0,209	[kg]
$\ell$	0,3302	[m]
$b + K^2/(r^2 R)$	5,4	[N.s/(m <sup>2</sup> )]
$K/(rR)$	1,0717	[N/V]

Tabela 1: Valores dos parâmetros do sistema em unidades SI.



### Parte 3: Controle Moderno

Suponha que o estado está disponível para realimentação e considere o sistema linearizado (1)-(2) com entrada de controle dada por

$$u = K(Mr - x)$$

em que  $K$  e  $M$  são ganhos a serem determinados.

8. Projete o regulador  $K$  e o ganho  $M$  de forma a alocar os polos do sistema em malha fechada para satisfazer os seguintes critérios de desempenho:
  - Erro nulo para entrada degrau;
  - Tempo de estabilização menor do que 5 segundos;
  - Esforço de controle  $|u| \leq 30$  [V] para  $r(t) = 10$ ,  $t \geq 0$ .
9. Utilizando o regulador  $K$  projetado no item 8 projete  $M(s)$  de forma a obter erro nulo para a entrada rampa. Compare a resposta  $y(t)$  e o esforço de controle obtidos neste item com aqueles fornecidos no item anterior e discuta a respeito do desempenho de ambas.
10. Determine os reguladores lineares quadráticos  $K_1$  e  $K_2$  para cada valor de  $\rho = \{0.05, 10\}$  e para  $Q = V'V$  com  $V = [1 \ 0 \ \ell \ 0]$ . Compare as respostas  $y(t)$  resultantes dos regulares projetados, considerando  $M$  calculado para garantir erro nulo para entrada degrau. Realize uma breve conclusão a respeito dos fenômenos observados e discuta se eles atendem aos requisitos de projeto especificados no item 8.
11. Utilizando o lugar das raízes simétrico para o caso  $K_1$ , verifique se os polos presentes no semiplano esquerdo do plano complexo coincidem com os autovalores de  $A - BK_1$ .

12. Considerando a estrutura de controle da Figura 3, aplique a lei de controle  $u$  projetada no item 8 no sistema não linear e compare as respostas com aquelas obtidas pelo modelo linearizado. A apresentação deve ser feita em um total de 5 figuras, uma para cada variável de estado ( $x$ ,  $\dot{x}$ ,  $\theta$ ,  $\dot{\theta}$ ) e outra para o esforço de controle  $u$ , plotando as respostas do sistema linear e do não-linear no mesmo gráfico. Discuta sobre o projeto realizado: - verifique se as especificações foram atendidas; - analise a qualidade do controlador projetado quando aplicado no sistema não-linear; - aplique um degrau de maior amplitude, por exemplo,  $\hat{r}(s) = 20/s$  e analise comparativamente a resposta obtida.